Département de Physique

# Département de Physique




Université Ibn Tofail Faculté des Sciences Kenitra
جامعة ابن طفيل كلية العلوم القنيطرة


Université Ibn Tofail
Faculté des Sciences
Département de Physique


## Mémoire de Projet de Fin d'Etudes

Filière : SMP



# l'optique non linéaire


*Elaboré par:*

Loubna Istibchar
NassimaZrioulate
Soufyan Ait elyamani

*Encadré par:*

Zouhair Soufiani


*Soutenu le 20 juin devant le Jury :*

| | |
|---|---|
| Echchelah radel | *Président* |
| Zouhair soufaini | *Encadrant* |
| Massaif nourddine | *Président* |

Année Universitaire : 2014 – 2015

P F E

*ce modeste travail*

*A nos chères mères*

*En témoignage de notre profonde gratitude et de notre incontestable reconnaissance, pour tous les sacrifices qu'elles nous consentent, toute la confiance qu'elles nous accordent et tout l'amour dont elles nous entourent. A nos chers pères*

*Qui sont les meilleurs pères de ce monde, grâce à leur encouragement, leur confiance et leurs soutiens normal et matériel et pour leur amour infini en exprimant nos gratitudes, notre profond amour et notre pression. A nos chers frères et sœurs*

*En leur espérant le plein succès dans leur vie.*

*A toutes nos familles et tous nos amis et tous ceux qui nous sont chers que dieu vous garde.*

# *Remerciements*

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail

Nous tenons à remercier notre professeur et encadrant Mr Zouhair soufaini, de son précieux conseil et son aide durant toute la période de la recherche.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury Pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de l'examiner, et de l'enrichir par leurs propositions. Nos vifs remerciements tous les membres et professeurs de université ibn tofail.

Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail. Merci à tous

.

# SOMMAIRE

# Liste des Figures

# Liste des Tables

# Chapitre 1

# Definition de l'optique non linéaire

## 1.1 Definition de l'optique non linéaire

L'optique non linéaire étudie la réponse non linéaire de certain milieu à Des champs électriques ou magnétiques dont l'un au moins est. situé dans le domaine des fréquences optiques. Ce phénomène découvert par Franken ET Coll en 1961 après la découverte du laser à rubies.

## 1.2 équation de propagation

Si l'on tient compte de la réponse non linéaire du milieu, l'équation de propagation peut s'écrire

$$\Delta\vec{E} - \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{E}) - \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{P1}}{\partial t^2} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{P2}}{\partial t^2} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{P3}}{\partial t^2} \dots (1.1)$$

Avec $$\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{P2}}{\partial t^2} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{P3}}{\partial t^2} \dots = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{PNL}}{\partial t^2}$$

Où l'on a explicité le terme non-linéaire de la polarisation NL(t). Ce terme source supplémentaire dans l'équation de propagation est à l'origine de nombreux processus.
Par la suite, on ne s'intéressera pas aux effects tensoriels de la réponse non-linéaire et on considèrera donc uniquement des grandeurs scalaires. De plus, on négligera l'angle

de double réfraction ,
habituellement inferieur à quelques degrés, Ce qui nous permettra de négliger le terme dans l'équation de propagation. En utilisant la notation complexe, l'équation de propagation devient alors

$$\Delta\varepsilon - \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2 \overrightarrow{P1}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2 \mathrm{Pnl}}{\partial t^2} (1.2)$$

## 1.3 propagation linéaire d'une impulsion brève

Nous considérons dans cette section le cas d'une onde plane se propageant selon l'axe z dans le sens des z positif. Le champs électrique ne dépendra donc que des variables z et. Il sera en outre supposé polarisé linéairement et pourra donc être caractérisé par la grandeur scalaire E (z; t). Il s'agira par exemple d'une impulsion courte , l'objet de cette section étant de déterminer comment le profil temporel de l'impulsion se déforme en fonction de z.
L'équation de propagation peut également s'écrire dans l'espace direct sous la forme

$$(\Delta + K(\omega)^2).E_i(\vec{r}, \omega) = 0 \tag{1.1}$$



La solution de l'éq1.3 , se propageant dans le sens des z positif s'écrit alors, en utilisant la notation complexe :

$$\varepsilon(z, \omega) = \varepsilon(0, \omega).e^{ik(\omega)Z} \tag{1.2}$$

En général la susceptibilité $\chi(\omega)$est une grandeur complexe et il en va donc de même du vecteur d'onde que l'on écrira $k(\omega) = k'(\omega) + k''(\omega)$ . Le champ électrique s'écrit alors

$$\varepsilon(Z, \omega) = \varepsilon(0, \omega).e^{ik'(\omega)Z}.e^{-k''(\omega)Z} \tag{1.3}$$

L'intensité spectrale $|\varepsilon(Z, \omega)|^2$ a donc une variation en où est le coefficient d'absorption défini par

$$\alpha(\omega) = 2K''(\omega) = 2Imk(\omega) \tag{1.4}$$

Par ailleurs, dans le cas où la susceptibilité est très inférieure à 1, on peut écrire

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c}.[1+\chi(\omega)]^{\frac{1}{2}} = \frac{\omega}{c}.(1+\frac{1}{2}\chi 5\omega)) \tag{1.5}$$

Ce qui nous permet d'exprimer le coefficient d'absorption à partir de la susceptibilité

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{c} Im\chi(\omega) \tag{1.6}$$

De même, l'indice de réfraction s'écrit

$$n(\omega) \approx (1+\frac{1}{2}.Re\chi(\omega)) \tag{1.7}$$

Considérons maintenant le cas d'une impulsion lumineuse se propageant dans un milieu transparent ($\alpha(\omega) = 0$ mais dispersif, ce qui signifie que l'indice de réfraction dépend de la fréquence. Les propriétés de l'impulsion seront définies à l'aide de valeurs moyennes, en utilisant des distributions de probabilités normalisées proportionnelles aux intensités spectrale et temporelle . En l'absence d'absorption, est une grandeur réelle et l'eq 1.2 indique que l'intensité spectrale de dépend pas de z. Les grandeurs dépendant de la fréquence, comme la fréquence centrale et la largeur spectrale seront donc indépendante de z. Considérons la phase spectrale du champ électrique

$$\varphi(z,\omega) = \varphi(0,\omega) + k(\omega)z \tag{1.8}$$

Cette phase spectrale gouverne les valeurs moyennes des grandeurs dépendant du temps.Ainsi, l'instant moyen d'arrivée de l'impulsion s'écrit où est le retard de groupe défini par

$$\tau_g(z,\omega) = \frac{\partial}{\varphi}(z,\omega)\partial\omega) = \Gamma_g(0,\omega) + \frac{dk}{d\omega}z \tag{1.9}$$

On en déduit la relation

$$\langle -t \rangle = \langle T \rangle_{=0} + \langle \frac{dk}{d\omega} \rangle z \tag{1.10}$$

Où l'on retrouve l'expression habituelle de la vitesse de groupe Si l'on excepte le cas d'une propagation dans le vide, la grandeur

- **développement non linière de la polarisation induite**

L'optique non-linéaire en régime non perturbatif sortant du cadre de ce cours, on supposera ici que $E << E_{at}$, de sorte que la convergence du ddéveloppement ci-dessous soit assurée:

$$P = \varepsilon_0 \alpha (\frac{E}{E_{at}}) + \beta (\frac{E}{E_{at}}^2) + \gamma (\frac{E}{E_{at}}^3 \tag{1.11}$$

Plus précisément, on va écrire

$$\vec{P}(\vec{r},t) = P^1(\vec{\vec{r},t}) + \vec{P}^2(\vec{r,t}) + \vec{P}^3(\vec{r,t}) \tag{1.12}$$

Où $P^n(\vec{r},t)$ est une fonction multilinéaire d'ordre n du champ électrique:

$$P_i^n(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \int dt_1 ... \int dt_n . T_{i_i}^n \tag{1.13}$$

En appliquant maintenant l'invariance par translation dans le temps, on en déduit

$$P_i^n(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \int d\tau_1 ... \int d\tau_n R^n_{i_i(\tau_1,...\tau_n).E_I(\vec{r},t)} \tag{1.14}$$

Où d'après le Principe de causalité, la fonction réponse n'est non-nulle que si tous ses arguments sont positifs. A l'aide d'une transformation de Fourier, on en déduit

$$\vec{P}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \int \frac{d\omega_1}{2\pi} ....... \int \frac{d\omega_n}{2\pi} .x_i^n(\omega_1, .........\omega_n).E_{i_1}(\vec{r},t)......E_{i_n}(\vec{r},t).e^{-i(\omega_1+.........\omega_n)t} \tag{1.15}$$

$\chi^n$ est le tenseur susceptibilité d'ordre n, en fait un tenseur d'ordre n+1. Pour qu'il soit défini de façon unique; on le suppose invariant par les n! Permutations des$[(i_1, \omega_1), .......(i_n, \omega_n)]$, Ce qui revient à permuter les champs dans l'intégrale.

Dans la plupart des ouvrages d'optique non-linéaire, le tenseur susceptibilité non-linéaire est noté $x_i^n(-\omega_p, \omega_1, ........, \omega_n)$ où $\omega_p =, \omega_1 + ........ + \omega_n$ .Une telle notation fait explicitement ressortir la fréquence engendrée et sera parfois utilisé dans ce document.
Un cas particulier important est celui où l'on peut négligerla dépendance en fréquence de $\chi^n$ . Cela correspond physiquement au cas d'un champ tel que les fréquences pour lesquelles le champ prend des valeurs significatives sont très déloignées des résonances du matériau, ce qui correspond donc à la zone

La réponse du matériau est alors instantanée.

$$P^n(\vec{r},t) = x_i^n E_{i_1}(\vec{r},t), .......E_{i_n}(\vec{r},t)$$

# Chapitre 2

# Des lasers continus aux lasers Femtoseconds

C'est quoi un LASER??

LASER: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation.
C'est une amplification d'une REM par émission stimulée ou induite.
Le principe du laser fait intervenir deux éléments, un amplificateur et un mécanisme de Bouclage. Comme en électronique, on obtient alors dans certaines conditions, i.e. si le gain est Suffisamment élevé, une oscillation.

Dans le domaine optique, le mécanisme de bouclage est assuré par une cavité optique, qui fera l'objet de la section 4.1, tandis que l'amplification résulte de l'émission stimulée (section 4.2). Nous étudierons le laser continu en régime stationnaire à la section 4.3 avant d'aborder la génération d'impulsions femtosecondes à l'aide de lasers à modes bloqués, d'amplificateurs, ou de sources secondaires reposant sur des processus non-linéaires (section 4.4).

## 2.1 Cavité optique

### 2.1.1 Modes longitudinaux

Une cavité laser peut être soit linéaire soit circulaire. Nous considérerons ce dernier cas dans cette partie mais les résultats sont similaires dans le cas d'une cavité linéaire.

On suppose que le miroir de couplage, ou de sortie, de la cavité est caractérisé par un coefficient de réflexion et un coefficient de transmission(en amplitude). Les relations d'entrée -sortie sur le miroir de couplage s'écrivent ainsi

(2.1)

(2.2)

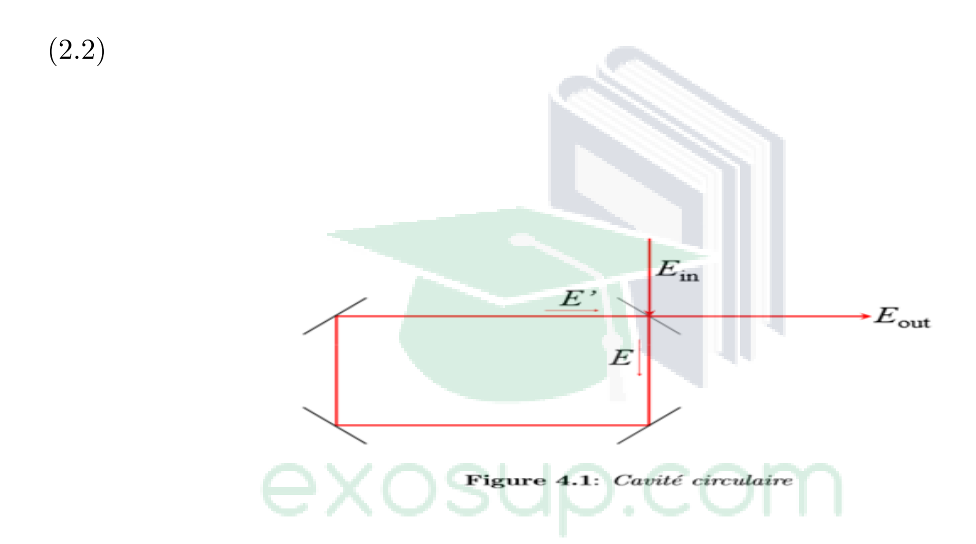



Figure 4.1: *Cavité circulaire*

Le signe -dans l'éq. 4.2 résulte de la conservation de l'énergie. Par ailleurs, on suppose que l'intensité du faisceau est multipliée par un facteur exp(-A) à chaque tour de cavité, et que le champ subit un déphasage. Dans le cas où la cavité est vide, ce déphasage peut s'écrire = L/c+G, le premier terme correspondant au chemin optique vu par une onde monochromatique de fréquence, tandis que le terme 'G inclut des corrections d'origines diverses (phase de Gouy à laquelle il faudra éventuellement ajouter le déphasage intervenant lors des réflexions sur les autres miroirs). La relation de bouclage liant les champs et s'écrit donc

$$\varepsilon' = \varepsilon . e^{-A/2} . e^{i\Phi} \tag{2.3}$$

En remplaçant dans l'éq. 4.1, on obtient

$$\varepsilon = \sqrt{T}.\varepsilon_{in} + \sqrt{R}.\varepsilon.e^{-A/2}.e^{i\Phi} \tag{2.4}$$

soit,

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{T}}{1 - \sqrt{R}.e^{-A/2}.e^{i\Phi}} \tag{2.5}$$

L'intensité circulant dans la cavité peut s'écrire $||^2 = |in|^2$, où S est par définition le facteur de surtension. Ce dernier, rep Fig. 4.2, est constitué de pics coïncidant avec les points où la phase ' est un multiple de 2. L'espacement entre les pics, encore appelé intervalle spectral libre, a donc pour valeur = 2 c/L. On dit qu'on a affaire à une "bonne cavité" lorsque les pertes subies après un tour sont faibles. Celles-ci sont caractérisées par la grandeur P définie par

exp(-P) = R exp(-A), soit P = ln(1=R) + A. Dans le cas de faible pertes, c'est -à- dire lorsque le Coefficient de réflexion R est proche de 1 et lorsque l'absorption A est faible (d'où P T + A), on montre que les pics de résonance prennent une forme lorentzienne de largeur=cP/L. Enfin, la finesse f définie comme le rapport entre et a pour valeur f = 2 /P.

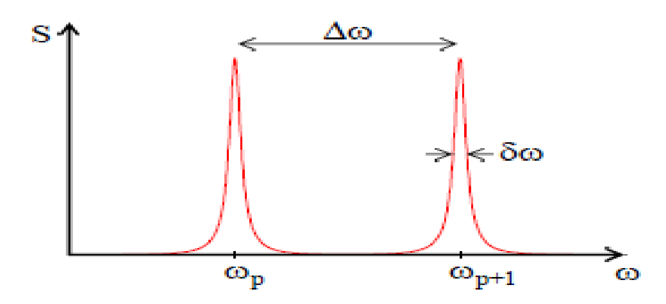



FIGURE 2.1: Représentation du facteur de surtension en fonction de la fréquence Dans le cas général, le facteur de surtension a pour valeur

$$\begin{aligned} S &= \frac{T}{1 + R\,e^{-A} - 2\sqrt{R}\,e^{-A/2}\cos\varphi} \\ &= \frac{T}{1 + R\,e^{-A} - 2\sqrt{R}\,e^{-A/2} + 4\sqrt{R}\,e^{-A/2}\sin^2\frac{\varphi}{2}} \\ &= \frac{T}{\left(1 - \sqrt{R}\,e^{-A/2}\right)^2 + 4\sqrt{R}\,e^{-A/2}\sin^2\frac{\varphi}{2}} \\ &= \frac{T/\left(1 - \sqrt{R}\,e^{-A/2}\right)^2}{1 + \frac{4\sqrt{R}\,e^{-A/2}}{\left(1-\sqrt{R}\,e^{-A/2}\right)^2}\sin^2\frac{\varphi}{2}} \end{aligned}$$

La largeur à mi-hauteur est obtenue lorsque

$$sin^2\frac{\varphi}{2} = \frac{\left(1-\sqrt{R}\,e^{-A/2}\right)^2}{4\sqrt{R}\,e^{-A/2}}$$

En remarquant que sin $\frac{\varphi}{2} \approx \delta\omega L/2c$, on en déduit la largeur des pics de résonances

$$\delta\omega = \frac{2c}{L}\frac{1-\sqrt{R}\,e^{-A/2}}{\sqrt{\sqrt{R}\,e^{-A/2}}}$$

On en déduit la finesse

$$f = \frac{\Delta\omega}{\delta\omega} = \pi\frac{\sqrt{\sqrt{R}\,e^{-A/2}}}{1-\sqrt{R}\,e^{-A/2}}$$

Enfin, le facteur de surtension à la résonance s'écrit

$$S_{max} = \frac{T}{\left(1-\sqrt{R}\,e^{-A/2}\right)^2} \approx \frac{T}{P^2} \tag{4.11}$$

Il est simple de déduire des résultats ci-dessus les valeurs énoncées plus haut dans le cas d'une "bonne cavité".

### 2.1.2 Interprétation impulsionnelle des modes longitudinaux d'une cavité

Supposons que le champ $_{int}(t)$ soit non pas monochromatique mais une impulsion brève, dont la durée sera supposée très inférieure au temps nécessaire pour parcourir la cavité, T0 =L/c .cette impulsion va effectuer un certain nombre de tours dans la cavité, son amplitude étant multipliée à chaque tour par la grandeur $exp(-P/2 + i\Phi G)$
Le champ dans la cavité s'écrit donc :

on déduit que la réponse spectral de la cavité est constituée de pics espacés de $\Delta = 2\pi/T0 = 2/L$ .Dans le cas d'une cavité de bonne qualité, le chevauchement de ces pics peut être négligé et on peut donc se concentrer sur un pic unique .celui-ci a pour forme spectrale la transformée de Fourier inverse d'une exponentielle, soit une lorentzienne, dont la largeur $\Delta$ est inversement proportionnelle au temps de vie dans la cavité .

$$
\begin{aligned}
\mathcal{E}(t) &= \sqrt{T}\sum_{n=0}^{+\infty}\left(e^{-P/2+i\varphi_G}\right)^n \mathcal{E}_{in}(t-nT_0)\\
&= \sqrt{T}\sum_{n=0}^{+\infty}\exp\left(n\left(-P/2+i\varphi_G\right)\right)\mathcal{E}_{in}(t-nT_0)\\
&= \sqrt{T}\sum_{n=0}^{+\infty} f(nT_0)\delta(t-nT_0)\otimes\mathcal{E}_{in}(t) \qquad (4.12)
\end{aligned}
$$

où l'on a posé $f(t) = \Theta(t)\exp(-\gamma t/2 + it\varphi_G/T_0)$, avec $\gamma = P/T_0$ le taux de décroissance de la cavité. L'éq. 4.12 peut encore s'écrire

$$\mathcal{E}(t) = \sqrt{T}\left(f(t)\text{III}_{T_0}(t)\right)\otimes\mathcal{E}_{in}(t) \qquad (4.13)$$

où $\text{III}_{T_0}(t) = \sum\delta(t-nT_0)$ est un peigne de Dirac de pas $T_0$. En passant dans l'espace des fréquences, on obtient

$$\mathcal{E}(\omega) = \sqrt{T}\left(\frac{1}{2\pi}f(\omega)\otimes\text{III}_{2\pi/T_0}(\omega)\right)\mathcal{E}_{in}(\omega) \qquad (4.14)$$

## 2.2 Amplification optique

Comme vu au chapitre précédent, il faut établir une inversion de population, $aa < bb$, si l'on veut obtenir une amplification. Par ailleurs, nous avons vu que dans le cas d'un

système à deux niveaux couplé à un champ, il est impossible de changer le signe de la différence des populations simplement par un couplage avec le champ électromagnétique. On peut donc en déduire qu'il faut trois ou quatre niveaux pour pouvoir obtenir une inversion de population par un pompage sous forme optique.

### 2.2.1 Equation de Bloch en présence de pompage

Nous nous contenterons ici du modèle simplifié à deux niveaux représenté , les autres niveaux étant incorporés au bain thermique
On introduira donc des termes de pompage des deux niveaux a et b
pompage = Aa
pompage = Ab
Il faut donc maintenant résoudre de nouveau l'équation de Bloch avec ces termes supplémentaires, en suivant l'approche de la section

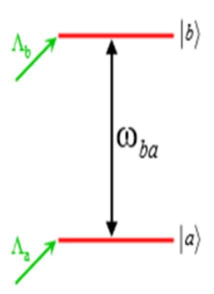



FIGURE 2.2: Modèle à deux niveaux incorporant des taux de pompage Aa et Ab des deux niveaux a et b

Considérons dans un premier temps l'évolution des populations en l'absence de champ électrique.
L'équation d'évolution s'écrit

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\rho_{nn} &= \left.\frac{\partial \rho_{nn}}{\partial t}\right|_{relax} + \left.\frac{\partial \rho_{nn}}{\partial t}\right|_{pompage} \\ &= -\Gamma_{nn}\left(\rho_{nn} - \rho_{nn}^{(0)}\right) + \Lambda_n \\ &= -\Gamma_{nn}\left(\rho_{nn} - \rho_{nn}^{(0)} - \frac{\Lambda_n}{\Gamma_{nn}}\right)\end{aligned}$$

Il en résulte que les populations tendent vers les valeurs d'équilibre

$$\rho_{nn}^{eq} = \rho_{nn}^{o} + \frac{A_n}{\Gamma_{nn}} \tag{2.6}$$

Enfin, il est intéressant de remarquer que la somme des termes de relaxation et de pompage s'écrit

$$\left.\frac{\partial \rho_{nn}}{\partial t}\right|_{relax} + \left.\frac{\partial \rho_{aa}}{\partial t}\right|_{pompage} = -\Gamma_{nn}\left(\rho_{nn} - \rho_{nn}^{(eq)}\right)$$

Cette expression est parfaitement analogue au terme de relaxation seul, à condition de remplacer . Cette remarque nous permet d'utiliser directement les résultats obtenus à la section 2.4 pour déterminer la susceptibilité d'un système à deux niveaux en présence de pompage. On obtient Dans le cas où, le champ subit donc un gain

$$\begin{aligned} \chi &= \chi^{(1)}(\omega_l)\frac{\rho_{bb} - \rho_{aa}}{\rho_{bb}^{(eq)} - \rho_{aa}^{(eq)}} \\ &= -\frac{N\mu^2}{\epsilon_0 \hbar}\left(\frac{1}{\omega - \omega_{ba} + i\Gamma_{ba}} - \frac{1}{\omega + \omega_{ba} + i\Gamma_{ba}}\right)\left(\rho_{aa}^{(eq)} - \rho_{bb}^{(eq)}\right)\frac{1}{1 + \frac{I}{I_S}} \end{aligned}$$

$$g(\omega_l) = \frac{g_0(\omega_l)}{1 + \dfrac{I}{I_s}} \qquad (2.7)$$

Où g0(l) est le gain faible signal

$$g_0(\omega_l) = \frac{\omega_l N_A.\mu^2\Gamma_{ba}}{c\varepsilon_0\hbar(\omega_l - \omega_{ba})^2 + \Gamma_{ba}^2}.(\rho_{bb}^{eq} - \rho_{aa}^{eq}) \qquad (2.8)$$

Un cas particulier important est la situation idéale où les niveaux a et b sont initialement vides et où seul le niveau b est pompé Dans ce cas, l'équation(4.22) devient

$\rho_{aa}^{eq} = 0$ et $\rho_{bb}^{eq} = \dfrac{\Lambda_b}{\Gamma_{bb}}$(2.9)

et le gain en faible signal est simplement proportionnel au taux de pompage du niveau supérieur.

### 2.2.2 Propagation en régime de faible signal

L'intensité du faisceau se propageant dans le milieu amplificateur obéit à l'équation Dans

$$g_0(\omega_I) = \frac{\omega_I}{c}\frac{\mathcal{N}\mu^2}{\epsilon_0\hbar}\frac{\Gamma_{ba}}{(\omega_I - \omega_{ba})^2 + \Gamma_{ba}^2}\frac{\Lambda_b}{\Gamma_{bb}} \qquad (4.23)$$

le cas où le faisceau est de faible intensité, on peut supposer que (noté simplement g0 par la suite) et est donc indépendant de l'intensité. Dans ce cas, l'équation ci-dessus donne immédiatement I(z) = I(0) exp(g0z) (4.25) L'intensité croit donc exponentiellement avec z.

### 2.2.3 Propagation en régime saturé

L'expression ci-dessus cesse d'être valable dès que I(z) n'est plus négligeable devant l'intensité de saturation. Dans ce cas l'équation d'évolution de l'intensité s'écrit

$$\frac{dI}{dz} = g_0 \frac{I}{1 + \frac{I}{I^S}} \qquad (2.10)$$

$$(\frac{1}{I} + \frac{1}{I_S})dI = g_0 dz \qquad (2.11)$$

Cette équation aux variables séparables s'intègre simplement

$$In\frac{I}{I_s} + \frac{I - I_0}{I_S} = g_0 L \qquad (2.12)$$

On retrouve évidemment une variation exponentielle lorsque $I << I_S$. A l'inverse, lorsque $I >> I_S$, la variation de l'intensité avec z devient linéaire.

### 2.2.4 Propagation en régime saturé

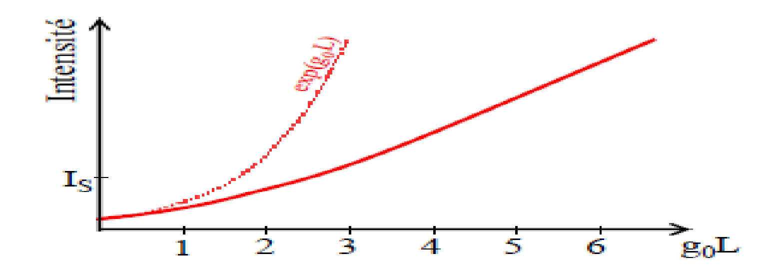


Figure 4.6: Intensité obtenue après amplification sur une Longueur L. La courbe en Pointillé représente ce que l'on aurait obtenu en l'absence de saturation (g = g0).

## 2.3 Laser en régime stationnaire

Considérons ici le cas d'une cavité circulaire en supposant que le champ se propage dans un sens de rotation bien déterminé, que l'on pourra imposer à l'aide d'un composant optique comme un isolateur de Faraday. Le rôle de cette hypothèse est de simplifier le problème en évitant la présence de franges d'interférences dans le milieu amplificateur.

### 2.3.1 Condition d'oscillation

On appellera L : la longueur de la cavité et LA l'épaisseur du milieu amplificateur. Considérons le champ sur l'axe du faisceau et appelons E le champ à l'entrée du milieu amplificateur, E0 le champ en sortie du milieu amplificateur et E" le champ à l'entrée du milieu amplificateur après un tour de cavité Comme à la section 4.1 on appellera R le coefficient de réflexion du miroir de sortie de la cavité et A les pertes par absorption.

On supposera de plus que le milieu amplificateur est suffisamment mince pour que le gain g puisse être considéré comme constant dans le milieu. Cette

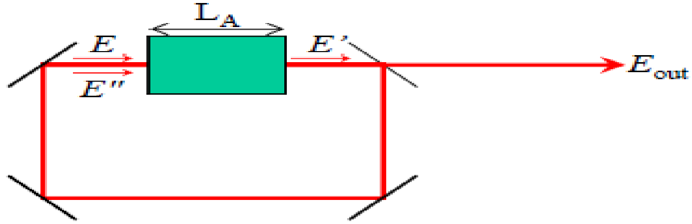


Figure 4.7: Cavité laser utilisée dans le modèle

Par ailleurs, le champ E" après un tour de cavité peut s'exprimer à partir de selon la relation

$$\varepsilon'' = \varepsilon' \sqrt{Re-A}.e^{i\frac{w}{c}.L-L_a}.e^{i\varphi G} \tag{2.13}$$

ou l'on a tenu compte des pertes par réflexion et absorption, du déphasage résultant de la propagation sur une distance L - LA et du déphasage de Gouy G.

En régime stationnaire, le champ doit se reproduire identique à lui-même après un tour de cavité. C'est la condition de bouclage, qui s'exprime ici E" = E, soit

$$\varepsilon'' = \varepsilon' \sqrt{Re{-A}}.e^{i\frac{w}{c}.L-L_a}.e^{i\frac{n\omega_a}{c}}.e^{i\varphi G}$$

(2.14)

Cette équation admet deux solutions : soit E = 0, ce qui signifie que le laser ne fonctionne pas, Soit :

$$\sqrt{R.e^{-A}}.e^{\frac{gL_A}{2}}.exp(i(\frac{w}{c}((n-1)L_A + L) + \varphi_G)) = 1 \quad (2.15)$$

qui est la condition d'oscillation du laser. Cette expression impose une condition sur l'amplitude et une condition sur la phase, conditions que nous allons examiner successivement.

### 2.3.2 Condition sur l'amplitude

La condition d'oscillation sur l'amplitude s'écrit

$$Re^{-A}.e^{qL_A} = 1$$

En notant P = A + ln(1/R) les pertes dans la cavités, on obtient

$$gL_A = P$$

En d'autre termes en régime stationnaire le gain compense exactement les pertes. En remplaçant le gain par son expression, on obtient

$$\frac{g_0 L_A}{1+\frac{I}{I_s}} = PI = I_s(\frac{g_0 L_A}{P} - 1) \quad (2.16)$$

L'intensité étant positive, on en déduit que le laser ne peut fonctionner que si le gain en faible signal est strictement supérieur aux pertes. Dans le cas simplifie ou seul le niveau supérieur est pompe, on sait d'après que le gain faible signal est directement proportionnel au taux de pompage :

On peut alors exprimer l'intensité circulant dans le laser selon la relation

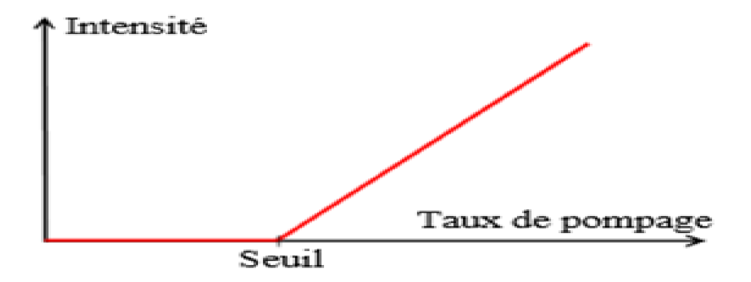



Figure 4.8: Puissance émise en fonction du taux de pompage

### 2.3.3 Condition sur la phase

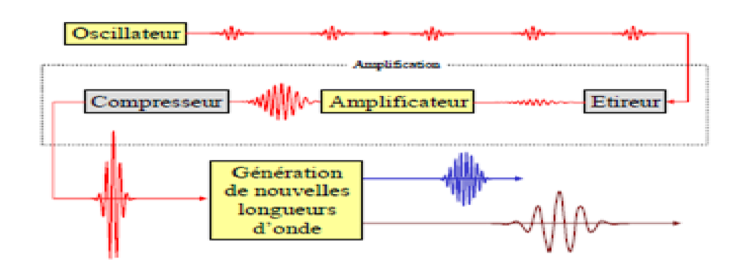
La condition sur la phase s'écrit

$$\frac{w}{c}((n(w,I)-1)(L_A+L))+\varphi_G=2\pi P$$

Cette condition fait intervenir l'indice de réfraction du milieu amplificateur qui dépend non Seulement de la fréquence mais aussi de l'intensité du faisceau laser. La position exacte des modes longitudinaux est donc fonction de la puissance de fonctionnement du laser.

## 2.4 Génération d'impulsion femtosecondes

Comme le montre le schéma représenté Fig. 4.9, une source femtoseconde est généralement constituée d'un oscillateur produisant un train d'impulsions ultracourtes (section 4.4.1), d'un étage d'amplification augmentant l'énergie des impulsions de plusieurs ordres de grandeur (section 4.4.2),et enfin d'un étage de génération d'impulsions de longueurs




d'onde appropriées obtenues par des processus d'optique non-linéaire (section 4.4.3).

Figure 4.9: Schéma général d'une source femtoseconde

### 2.4.1 Oscillateur

Un oscillateur femtoseconde est un dispositif produisant un train d'impulsions dont chacune a une durée extrêmement courte, de l'ordre de cinq femtosecondes pour les systèmes les plus performants.
Il s'agit avant tout d'un laser, constitué d'une cavité et d'un milieu amplificateur, avec bien entendu des caractéristiques particulières. Tout d'abord, nous savons d'après les propriétés générales de la transformée de Fourier que pour produire une impulsion de "durée"t il faudra disposer d'un spectre dont la "largeur" spectrale soit telle que t1/2. Rappelons que largeur et durée s'entendent ici au sens de l'écart quadratique moyen. La première condition pour pouvoir obtenir des impulsions femtosecondes est donc de disposer d'un milieu amplificateur dont la courbe de gain présente une très grande largeur spectrale.
Le matériau le plus couramment utilisé cette fin est le saphir dopé au Titane, qui présente une bande de gain couvrant les longueurs d'onde comprises entre 700 nm et plus de 1 m. L'émission laser se faisant sur une grande largeur spectrale, un grand nombre de modes longitudinaux contribueront à cette émission. Dans le cas d'une cavité laser dont la longueur est de l'ordre de 1.5 m, l'intervalle spectral libre c/2L vaut 100 MHz. pouvant atteindre une centaine

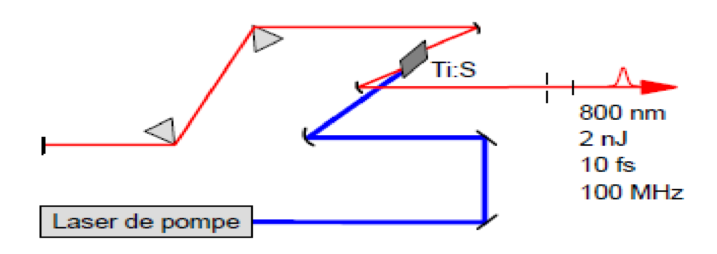


Figure 4.10: Oscillateur Saphir: Titane.
La compensation de dispersion de vitesse de groupe est assurée par l'ensemble des deux prismes, produisant une dispersion de vitesse de groupe négative. Le blocage de mode est assuré par effet Kerr. D'une part dans le domaine temporel, la phase non-linéaire permet de compenser la composante quadratique négative résultant de la dispersion de la cavité en régime linéaire, ce qui permet d'avoir des modes longitudinaux parfaitement équidistants. D'autre part dans le domaine spatial, l'autofocalisation par lentille de Kerr permet de diminuer les pertes lorsque les différents modes longitudinaux sont en phase, privilégiant ainsi le régime impulsionnel.
de THz, on aura donc jusqu'à un million de modes longitudinaux intervenant dans la production d'impulsions. Le spectre émis est le produit d'une courbe de largeur par un peigne de Dirac correspondant aux modes longitudinaux de la cavité. Dans le domaine temporel, cela signifie que le champ émis est le produit de convolution entre un champ de durée t et un peigne de Dirac de période 2L/c. Le laser produit donc un train d'impulsions, le temps entre deux impulsions étant simplement le temps qu'il faut à la lumière pour parcourir la cavité.
Comme tout laser, un laser femtoseconde doit satisfaire aux conditions de bouclage du champ. Il faut donc que l'impulsion se reproduise identique à elle-même après chaque tour de cavité. Mais, comme nous l'avons vu à la section précédente, l'impulsion va nécessairement s'étaler temporellement en raison de la dispersion de vitesse de groupe dans le saphir. La seconde condition pour produire des impulsions est donc d'introduire dans la cavité un mécanisme de compensation de la dispersion de vitesse de groupe. Une première technique consiste à utiliser un ensemble de deux prismes permettant de séparer les différentes composantes spectrales de l'impulsion et de retarder les plus grandes longueurs d'onde qui sont précisément les plus rapides lors de la propagation dans le saphir. En ajustant correctement la distance entre les prismes on peut compenser l'étalement de l'impulsion intervenant lors de la propagation dans le saphir. Une seconde technique consiste à utiliser de multiples réflexions sur des miroirs diélectriques ayant été spécialement conçus pour introduire une phase quadratique dont la courbure s'oppose à celle résultant de la propagation dans le saphir.
Les deux premières conditions mentionnées plus haut sont nécessaires à l'obtention d'un train d'impulsions brèves mais elles ne sont pas suffisantes. En effet, le laser peut a priori osciller sur ses différents modes longitudinaux sans qu'il y ait une relation de phase particulière entre les modes. La troisième condition consiste à assurer le blocage des modes. En d'autres termes, il s'agit de s'assurer que le laser fonctionne en régime impulsionnel en favorisant ce régime par rapport aux autres. Une technique appelée blocage des modes par lentille de Kerr consiste à tirer parti de l'effet Kerr optique intervenant dans le saphir. La lentille de Kerr induite dans le saphir aura tendance à focaliser le faisceau. Cependant, cet effet, proportionnel à la densité de puissance du faisceau,

sera significatif uniquement dans le cas où le laser fonctionne en régime impulsionnel puisque la puissance crête est alors bien supérieure. Si l'on place un diaphragme à une distance appropriée du saphir, le faisceau focalisé grâce à la lentille de Kerr sera transmis plus efficacement et subira donc moins de pertes. On peut ainsi se placer dans une situation ou le gain n'est supérieur aux pertes que lorsque le laser fonctionne en régime impulsionnel. Le fonctionnement du laser en régime continu est alors rendu impossible et on obtiendra un train d'impulsions brèves.

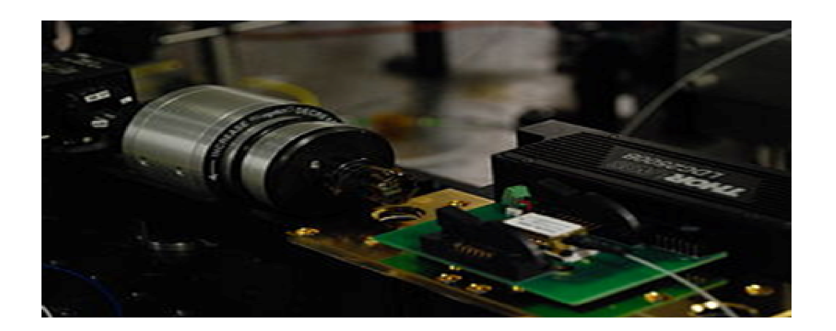
### 2.4.2 Amplification

Un oscillateur femtoseconde produit typiquement un faisceau laser dont la puissance moyenne est de l'ordre du Watt. Le taux de répétition de la cavité étant de l'ordre de 100 MHz, on dispose ainsi d'une énergie de l'ordre de 10 nJ par impulsion. Une telle énergie est suffisante pour certaines applications, mais dans de nombreux cas il est nécessaire d'avoir recours à une amplification optique du faisceau pour obtenir des énergies par impulsion plus importantes. On sélectionnera ainsi une impulsion à un taux de répétition inférieur afin de l'amplifier au niveau d'énergie requis. A puissance moyenne constante, on pourra ainsi obtenir des impulsions d'énergie 1 mJ à un taux de répétition de 1 kHz, ou de 100 mJ à un taux de répétition de 10 Hz. Le processus utilisé pour assurer cette amplification est le plus souvent l'émission stimulée dans un matériau à large bande spectrale similaire à celui utilisé dans l'oscillateur, par exemple le Saphir dopé au Titane. Le spectre de l'impulsion amplifiée est souvent légèrement plus étroit que celui de l'impulsion incidente en raison du phénomène dit de rétrécissement par le gain lié à la légère dépendance spectrale du gain. Quant à la phase spectrale, on sait qu'elle est conservée puisque l'émission stimulée a pour caractéristique de produire un faisceau amplifie dont la phase est égale à celle du faisceau indicent.
Cette propriété permet d'amplifier des impulsions courtes dont la durée sera approximativement Conservée à la dispersion linéaire prés qui pourra être aisément compensée. Il existe cependant une limitation technique à l'énergie des impulsions qui pourront être produites par une application directe de cette méthode : au cours de sa propagation dans le milieu amplificateur, l'impulsion amplifiée atteindra en effet des puissances crêtes considérables qui seront suffisantes pour induire des effets non-linéaires importants, comme l'effet Kerr optique. On verra alors apparaitre des Phénomènes comme l'autofocalisation ou la filamentation menant finalement à un endommagement du matériau amplificateur soumis à des puissances crêtes trop élevées. La méthode utilisée pour contourner ce problème, dite amplification à dérive de fréquence (Chirped pulse amplification ou

CPA), consiste à étirer l'impulsion préalablement à son amplification, puis à la recomprimer en sortie de l'amplificateur (voir Fig. 4.9). Une seconde approche développée plus récemment est l'amplification paramétrique optique à dérive de fréquence (Optical Parametric Chirped Pulse Amplification ou OPCPA). La principale différence avec la méthode d'écrite ci-dessus est que l'émission stimulée y est remplacée par l'amplification paramétrique dans un cristal non-linéaire.

### 2.4.3 Génération de nouvelles longueurs d'onde

Pour de nombreuses applications il peut être extrêmement utile de disposer d'une source accordable, c'est à dire de pouvoir varier à volonté la longueur d'onde des impulsions produites. L'optique non linéaire fournit les mécanismes physiques permettant d'effectuer de telles conversions de fréquences, qui seront d'autant plus faciles à mettre en œuvre dans le cas d'une source femtoseconde en raison des fortes puissances crêtes disponible. On pourra ainsi très facilement observer la génération de second harmonique en focalisant une impulsion femtoseconde dans un cristal non-linéaire comme le BBO ou le KDP de quelques mm d'épaisseur. Les taux de conversion atteignent facilement plusieurs dizaines de pourcents. Selon le même principe on peut observer la génération d'harmoniques d'ordres élevés par focalisation d'une impulsion ultracourte dans un gaz ou sur une cible solide, ce qui permettra d'atteindre le domaine des UV ou des rayons X mous. Pour obtenir une longueur d'onde arbitraire dans le spectre visible, la méthode la plus courante consiste à engendrer un continuum spectral en focalisant une impulsion femtoseconde dans un milieu transparent comme de l'eau ou du saphir. On engendre alors une auto-modulation de phase résultant en un élargissement du spectre qui pourra ainsi s'étendre de l'UV à l'infrarouge proche. La densité spectrale d'énergie produite par un tel processus est naturellement assez faible, mais on pourra y remédier en amplifiant une tranche spectrale donnée à l'aide d'un amplificateur paramétrique. On pourra également couvrir le domaine de l'infrarouge moyen par différence de fréquences entre les faisceaux signal et complémentaire produits dans un amplificateur paramétrique. Enfin, le domaine de l'infrarouge lointain est directement accessible par redressement optique d'une impulsion dont la durée est de l'ordre d'une centaine de femtosecondes. C'est donc quasiment l'ensemble du spectre électromagnétique, des micro-ondes jusqu'aux rayons X, qui est ainsi rendu accessible par l'utilisation de l'optique non-linéaire en régime femtoseconde.



## 2.5 Amplificateur optique

Un amplificateur optique suivi d'un isolateur pour protéger des réflexions. En optique, on appelle amplificateur optique un dispositif qui amplifie un signal lumineux sans avoir besoin de le convertir d'abord en signal électrique avant de l'amplifier avec les techniques classiques de l'électronique.

### 2.5.1 Amplificateurs à fibre

Amplificateur à fibre dopée

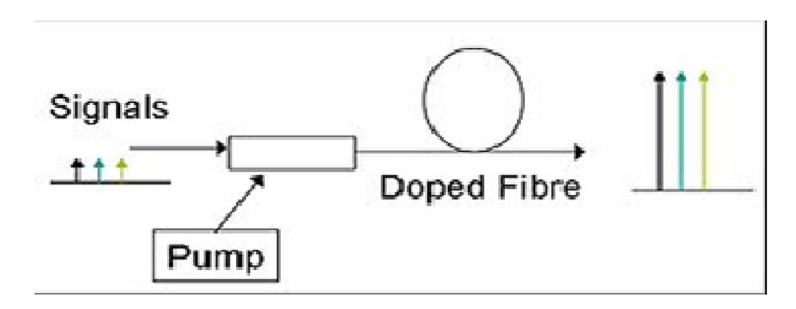



Diagramme schématique d'un amplificateur à fibre dopée
Un amplificateur à fibre dopée fonctionne à la manière d'un laser. Une portion de fibre optique est dopée et est pompée optiquement avec un laser afin de placer les ions de dopage dans un état excité. Lorsqu'un signal lumineux passe à travers ce morceau de fibre optique, il désexcite les ions par effet laser en produisant un photon en tout point identique au photon incident. Le signal lumineux a donc été doublé. Par effet d'avalanche, l'amplification du signal se fait jusqu'à la sortie de la section dopée de la fibre optique.

### 2.5.2 Bruit dans les amplificateurs à fibre dopée

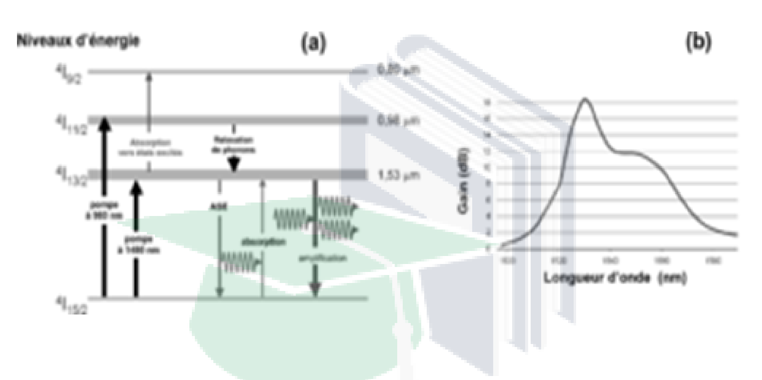
Les amplificateurs à fibre dopée sont sujet à un bruit qui est dû à la désexcitation spontanée des ions. Cette désexcitation produit des photons dans des directions aléatoires,

mais seule la direction avant intervient dans le bruit final observé en sortie de fibre. La dés-excitation dans les autres directions, notamment en sens inverse de la propagation normale du signal est également indésirable, car elle réduit le rendement de l'amplificateur en des-excitant des ions qui ne peuvent ainsi plus participer à l'amplification utile du signal. Afin d'éviter un trop fort bruit d'amplification, on travaille à des gains modérés

Effet de polarisation

Dans les amplificateurs à fibre dopée, on peut mettre en évidence une différence d'amplification (¡0.5dB) en fonction de la polarisation du signal incident.

### 2.5.3 Amplificateur à fibre dopée à l'erbium




Amplification erbium

Les amplificateurs à fibre dopée à l'erbium sont les plus communs. Les longueurs d'ondes de travail sont réparties en deux fenêtres. La bande Conventionnelle (d'où C-Band) entre 1 525 nm et 1 565 nm et la bande Longue (appelée L-Band) entre 1 570 nm et 1 610 nm. Ces deux bandes peuvent être indifféremment amplifiées par ce type d'amplificateur, mais on préfère souvent utiliser des amplificateurs optimisés pour chaque application.

La principale différence entre les amplificateurs pour bande C ou L est que pour la bande L, la longueur de fibre dopée est nettement plus longue, ce qui nécessite un pompage optique moins fort. Il existe deux longueurs d'onde pour le pompage optique de ce type d'amplificateur : 980 nm et 1 480 nm. La longueur d'onde de 980 nm est habituellement utilisée pour des équipements à faible bruit. Par contre, comme la fenêtre d'absorption est relativement étroite, on doit utiliser des sources lasers stabilisées. La fenêtre d'absorption de la longueur d'onde de 1 480 nm est plus large et est habituellement utilisé pour des amplifications de plus forte puissance. Le pompage optique à ces deux longueurs d'ondes est habituellement utilisé en conjonction dans les systèmes.

Les amplificateurs à fibre dopée à l'erbium ont été inventés par une équipe comprenant David Payne de l'Université ainsi qu'un groupe des Laboratoires ATTBell incluant un français, Emmanuel Desurvire. L'EDFA1 est un amplificateur optique à fibre dopée aux

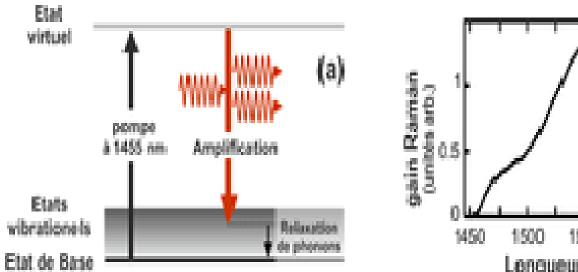
ions erbium composé d'une petite longueur de fibre dopée aux ions Er3+. Le signal optique à amplifier ainsi que le laser pompe (apportant l'énergie) sont couplés dans la fibre dopée et émettent dans la même direction.

### 2.5.4 Amplificateurs pour d'autres longueurs d'ondes

Le thulium est utilisé comme dopant pour amplifier les signaux entre 1450 et 1 490 nm et le praséodyme pour les longueurs d'ondes d'environ 1 300 nm. Toutefois, ces longueurs d'ondes n'ont pas connu un usage commercial significatif et n'ont pas permis un développement de ces amplificateurs comme les amplificateurs dopés à l'erbium.

### 2.5.5 Amplificateurs à effet Raman

Cette section ne cite pas suffisamment ses sources (décembre 2014). Pour l'améliorer, ajouter en note des références vérifiables ou le modèle Référence nécessaire sur les passages nécessitant une source.




Amplification Raman
Les amplificateurs Raman n'utilisent pas les transitions atomiques d'ions dopés terres-rares dans les fibres mais se basent sur un échange d'énergie par diffusion Raman. Tous les matériaux ont un spectre Raman caractéristique. Un faisceau laser de pompage injecté dans la fibre (dans le sens de propagation du signal ou préférentiellement en sens inverse) va amplifier la lumière décalée vers les basses fréquences d'environ 13,2 THz, valeur caractéristique du décalage Raman dans la silice. Pour les télécommunications optiques usuelles à 1 550 nm, il faut donc utiliser un laser de pompage autour de 1 450 nm.
L'amplification Raman présente divers avantages. Elle ne nécessite pas de fibres spéciales. Elle peut donc être utilisée directement dans les fibres de communication et elle se répartit naturellement le long de la fibre. On parle alors d'amplification Raman distribuée. Une amplification distribuée dégrade moins le rapport signal à bruit qu'une amplification localisée. L'amplification Raman présente également des atouts non négligeables

dans les communications multiplexées en longueurs d'ondes car sa bande passante de gain est supérieure à celles offertes par les autres techniques d'amplification. En revanche, elle requiert une forte puissance optique de pompage.

### 2.5.6 Amplificateurs paramétriques à fibre

Amplificateurs à semi-conducteur
Les amplificateurs à semi-conducteurs ont la même structure qu'une diode laser de type Fabry-Perot mais sans de réflexions aux extrémités pour éviter l'effet laser dans ce type d'application. Ce dispositif d'amplification est de petite taille et a l'avantage que le pompage est électrique (plus besoin de produire une lumière laser pour faire le pompage optique). La fabrication de ce type d'amplificateur est meilleur marché, mais a l'inconvénient d'introduire plus de a bruit. Il un gain plus modeste que les amplificateurs à fibre dopée à l'erbium.
Pour une puissance de sortie élevée, amplificateurs optiques à structure conique sont utilisés. La gamme de longueur d'onde est de 633 nm à 1480 nm.

- Caractérisations spatio –temporelle

On utilisant les méthodes de caractérisation du champ E(x,y,z,t) associe a un faisceau lumineux Dans la mesure ou il n'existe pas de détecteur suffisamment rapide, il sera souvent préférable de travail dans l'espace des fréquences et dans de mesures la grandeur complexe $\varepsilon(x, y; z, )$qui contient exactement la même information que le champ dans le domaine temporel

La plupart du temps, on s'intéressera en fait à un faisceau laser propageant selon l'axe z en géométrie par axiale.
Dans ce chapitre en va étudie une propagation en espace libre pour mesure le champ dans un plans transverse donné Exemple z=0 il faut mesure $\varepsilon(x, y, ) = \varepsilon(x, y, )exp(i\varphi(x, y, ))$ dans un espace à 3 dimensions
Quand va traite dans les partie suivante avec la muser de intensité et de phase spatial $\psi(x, y)$en fin borde brièvement les méthodes de mesure véritable spatio – temporelle

## 2.6 Détection aux fréquences

On considérons un détecteur ponctuel (on suppose que la dimension du détecteur est très inférieure à l'échelle de variation du profil transverse du faisceaux à mesures) placent

A(x,y) dans plan transverse du faisceau lumineux qui produisant un signal(t) à partir du champ électrique E(x,y,t). Un détecteur sensible dont pouvoir mesure des champs faible amplitude et il est donc légitime de effectue un développement pertupatif du signal mesure

$$S(t) = S_1(t) + S_2(t) + \ldots\ldots\ldots\ldots + S_i(t)$$

### 2.6.1 Détecteur linéaire :

Même que la polarisation linéaire les hypothèses de linéarité et d'invariance par translation dans le temps nous permettent d'écrire de manière général le signal sous la forme d'un produit convolution entre le réponse impulsion elle du détecteur R(t) et le champ électriques E(t)

$$S(t) = R(t).E(t) = \int R(t-t')E(t)dtS(t) = \int R(\omega)E(\omega)exp(i)\frac{d\omega}{2\pi} \tag{2.17}$$

La réponse implusionnelle du détecteur à une dure caractéristique Tr gouvernée par le temps de réponse de l'ensemble de la chaine de détection
D'autre part la réponse R() tendra rapidement vers 0 au delà d'une fréquence de coupure de l'ordre de un à quelle dizain de GHZ .pour une impulsion électromagnétique dans le domaine radio ; dans ce cas la fréquence central 0 est inferieure à la fréquence de coupure qui signifie que R()cte
dou S(t)=R(0)E(t)

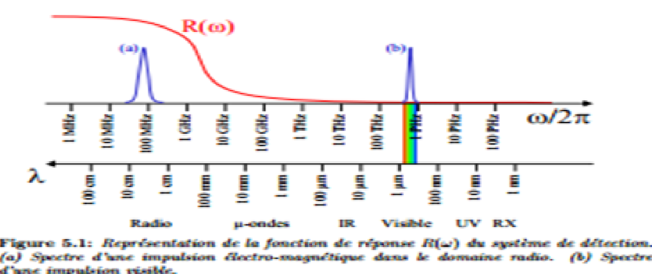


**Figure 5.1:** *Représentation de la fonction de réponse R(ω) du système de détection. (a) Spectre d'une impulsion électro-magnétique dans le domaine radio. (b) Spectre d'une impulsion visible.*

### 2.6.2 Détecteur quadratique:

Par hypothèse, le signal détecté S(t) est maintenant une forme bilinéaire du champ électrique E(t) .L'hypothèse d'invariance par translation dans le temps nous permet

d'écrire ce signal de maniére similaire à la polarisation non – linéaire du seconde order soit :

$$S(t) = \int \int R(\omega_1, \omega_2) E(\omega_1) E(\omega_2 exp(-i(\omega_1 + \omega_2)t) \frac{d\omega_1 d\omega_2}{4\pi.\pi} \tag{2.18}$$

Ou R(2) est la réponse bidimensionnelle du système de detection , définie telle que R(12) =R(12) .on peut également exprimer S(t) à laide de sa transformée de Fourier inverse selon

$$S(t) = \int S(\omega) exp(-i) \frac{d\omega}{2\pi} S(t) = \int R(\omega_1, \omega - \omega_1) E(\omega_1) E(\omega - \omega_1 \frac{d\omega_1}{2\pi} \tag{2.19}$$

Comme plus haut, le signal électronique mesure S(t) sera limite par le temps de réponse fini T de la chaine de detection, typiquement de l'ordre de 1 ns ; cela signifie que sa transformée de Fourier inverse S(t) doit s'annuler dés lors que >>. Cette propriété, valable quelle que soit E() Ce qui implique que la fonction de répons R(12) étende elle –même vers 0des lors que >>.,grandeur qui est de l'ordre du GHz.lfonction R()est donc très fortement localisée sur la droit 1+ 2=0
Dans le domaine optique la fréquence central 2 est naturellement à,ce qui implique que les seuls termes contribuant à l'intégrale dans

$$S(t) = \int \int R(\omega_1, \omega_2) E(\omega_1) E(\omega_2 exp(-i(\omega_1 + \omega_2)t) \frac{d\omega_1 d\omega_2}{4\pi.\pi} \tag{2.20}$$

Telle que à de signe contraire

## 2.7 Mesure de l'intensité:

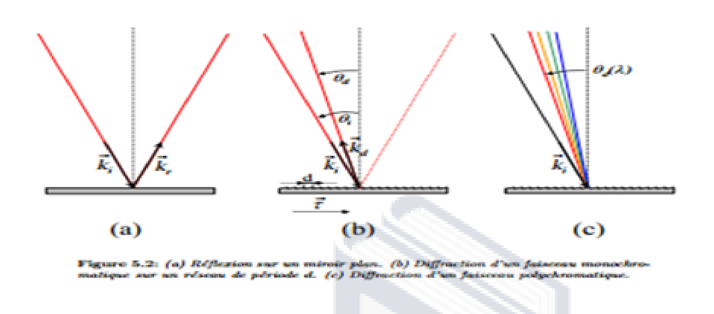
### 2.7.1 Mesure de l'intensité spatiale

mesure de l'intensité spatial I(x,y) est relativement aisée .Comme mentionne ci-dessus ,il suffit de déplacer une photodiode dans le plan transverse pour cartographier le profil du faisceau laser .La résolution spatiale est alors simplement déterminée par les dimension transverses du détecteur .Il existe fort heureusement une méthode moins fastidieuse qui repose sur l'utilisation d'une camera CCD permettant d'acquérir en une seule mesure l'ensemble de l'image grâce à une matrice de pixel similaire à celle d'un appareil photo numérique .

### 2.7.2 Mesure de l'intensité spectrale

La perception des couleurs est un exemple de mesure - certes très incomplète - de l'intensité Spectrale. L'œil humain dispose en effet de récepteurs sensibles à la lumière - les cônes – dont La réponse spectrale R() est centrée respectivement sur le jaune, le vert et le bleu pour les Cônes appelés rouge,

Spectromètre à réseau




Considérons tout d'abord le cas de la réflexion spéculaire d'un faisceau lumineux sur un miroir Plan, et appelonset les vecteurs d'onde des faisceaux incidents et réfléchis (voir Fig. 5.2(a)). L'invariance par translation dans le plan du miroir assure la conservation de la projection du vecteur d'onde dans ce plan. On en déduit quedoit être normal au miroir, ce qui implique notamment que le faisceau réfléchi soit dans le plan d'incidence (défini comme le plan contenant le vecteur d'onde incident et la normale au miroir). En outre, le fait que la projection du vecteur d'onde dans le plan du miroir soit conservée implique que l'angle réflexion soit égal a l'angle d'incidence : c'est la loi de Snell-Descartes pour la réflexion.
Dans le cas d'un réseau de diffraction, on n'a plus affaire a un objet diffractant invariant par translation mais simplement périodique, a la manière d'un réseau cristallin. Comme en physique du solide, on en déduit ici que la projection du vecteur d'onde dans le plan du réseau se conserve a un vecteur du réseaux réciproque prés. Appelons un vecteur unitaire contenu dans le plan du réseau et perpendiculaire aux traits, et considérons le cas ou ce vecteur est contenu dans le plan D'incidence (Fig. 5.2(b)). La conservation de la composante tangentielle du vecteur d'onde modulo un vecteur du réseau réciproque s'écrit alors

$$K.\tau = k.\tau + n\frac{2\pi}{d} \quad (2.21)$$

Ou le est le vecteur d'onde du faisceau diffracté, n est un nombre entier appelé ordre de diffraction et d est le pas du réseau .En appelant i et d les angles par rapport à la normal (orienté dans le sens directe comme indiqué sur la fig ,on en déduit la relation

$$\frac{2\pi}{\lambda}.(sin(\theta_1 + sin(\theta_2) = n\frac{2\pi}{d} \tag{2.22}$$

Ou encore

$$(sin\theta_1 + sin\theta_2 = n\frac{\lambda}{d} \tag{2.23}$$

Relation connue sous le non de loi des réseaux on retrouve le faisceau réfléchi dans le cas de n=0 On voir que l'angle de diffraction dépend de la longueur d'onde :le réseau permet de disperser angulairement les différent composant spectrales contenues dans un faisceau polychromatique ,comme représentation de fig 5.2 le pouvoir dispersif du réseau est déterminé par la dérivée de l'angle de diffraction par rapport à la longueur d'onde

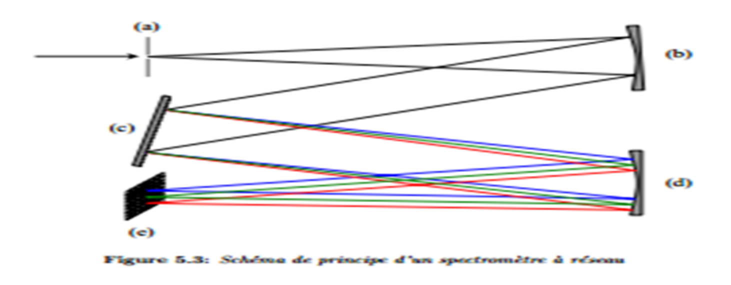


Figure 5.3: Schéma de principe d'un spectromètre à réseau

et l'angle de diffraction sera considère en première approximation comme proportionnel à la longueur d'onde. L'angle de diffraction pouvant être relie au vecteur d'onde transverse du faisceau, on voit qu'un réseau de diffraction effectue finalement une transposition longueur d'onde vecteur d'onde transverse. Il suffit donc de lui associer une optique convergente, qui associer espace de Fourier et espace direct, pour finalement transposer la longueur d'onde en une coordonnée spatiale. Le problème de la mesure de l'intensité spectrale se ramène finalement a une mesure d'intensité spatiale. La Fig. 5.3 représenté un exemple de spectromètre a réseau. Celui-ci comporte:

(a) une fente d'entrée, permettant de bien contrôler la divergence - limitée par la diffractionSur la fente,
(b) un miroir concave, dont la distance focale est égale a sa distance a la fente d'entrée, Produisant ainsi un faisceau parallèle dirige vers le réseau de diffraction (c) le réseau de diffraction,
(d) un second miroir concave permettant de focaliser chaque composante spectrale dans

le plan du détecteur,
(e) un détecteur comme une barrette de photodiodes ou une camera CCD permettant de mesurer l'intensité spatiale dans le plan focal, elle-même reliée a l'intensité spectrale.

Spectromètre par transformée de Fourier

Un spectromètre par transformée de Fourier [18] est un instrument permettant d'accéder au spectre D'une source l'aide d'une méthode interférométrique. Il repose sur l'utilisation d'un interféromètre Permettant de produire deux répliques du champ décalées d'un retard l'une par rapport a l'autre.Il peut s'agir par exemple d'un interféromètre de Michelson, comportant une lame séparatrice et Une lame compensatrice, ou bien d'un interféromètre de Mach-Zehnder comme celui représente Fig. 5.4(a). Pour un champ incident E(t), le champ électrique total produit par l'interféromètre s'écrit

$$E(t) = \frac{1}{2}(E(t) + E(t-\tau))$$

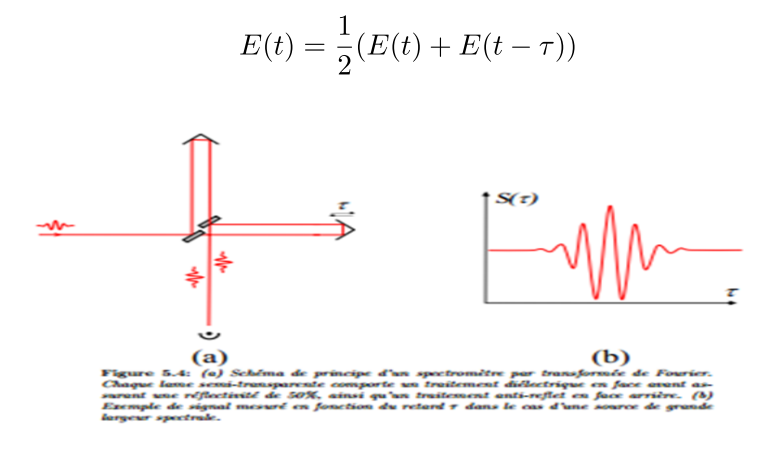


Figure 5.4: (a) Schéma de principe d'un spectromètre par transformée de Fourier. Chaque lame semi-transparente comporte un traitement diélectrique en face avant assurant une réflectivité de 50%, ainsi qu'un traitement anti-reflet en face arrière. (b) Exemple de signal mesuré en fonction du retard τ dans le cas d'une source de grande largeur spectrale.

On appelle

$$S(\tau)$$

le signal mesuré en fonction de à laid d'un détecteur intégrateur. Comme le proportionnel à l'énergie du faisceau, que l'on peut d'âpresle théorème deParseval-Plancherl exprime indifféremment comme l'intégrale de l'intensité spectrale ou de l'intensité temporelle on obtient alors

$$S(t) = \int E(t)^2 = \frac{1}{4} \int E(t) + E(t-\tau) dt \tag{2.24}$$

## 2.8 Mesure de la phase spatiale

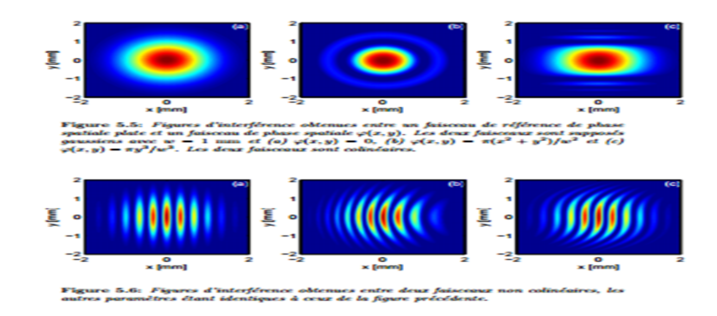
Nous considérons dans cette section le cas d'une onde monochromatique de fréquence souhaite caractériser le profil transverse E (x; y) en amplitude et en phase. Comme cela a été discute plus haut, la mesure de l'amplitude repose simplement sur l'utilisation directe d'une camera de type CCD et le veritable problème réside donc dans la mesure de la phase spatiale (x; y). La connaissance de cette phase est essentielle notamment pour déterminer dans quelle mesure un faisceau laser pourra être focalise de manière efficace. En outre, au delà d'une détermination générale delà qualité spatiale d'un faisceau lumineux, il est très intéressant de pouvoir déterminèrent tout point la phase spatiale du faisceau lumineux. Ceci sera notamment important lorsque des technologies d'optique adaptative sont mises en œuvre, permettant de corriger les aberrations de phase spatiale et s'approcher ainsi au mieux des limites de la diffraction. Nous allons exposer ci-dessous trois exemples de méthodes de mesure de phase spatiale.

### 2.8.1 Interférométrie

Les détecteurs n'étant pas sensibles à la phase spatiale, la première approche envisageable consist À utiliser l'interférence entre deux faisceaux lumineux an de transformer une variation de phase En une variation d'amplitude que l'on pourra mesurer. Une telle méthode peut s'appliquer aussi bien Au domaine spatial, qui fait l'objet de cette section, qu'au domaine spectral, qui sera discute a la Section 5.4.2. Considérons donc un faisceau de référence, E(x; y), dont la phase spatiale est Supposée connue, interférant sur une camera avec le faisceau a mesurer E (x; y), de phase Spatiale(x; y). Le signal détecté sur la camera s'écrite

$S(x, y) = (x, y) + (x, y)^2$

la différence de phase entre deux faisceau, le Troisième terme de l'équation ci-dessus est associe au processus d'interférence et sera sensible à la Différence de phase recherchée



Les images representees Fig. 5.5 illustrent es cas d'une difference de phase nulle (a) ou non nulle (b et c). Toutefois, la relation entre la phase et son cosinus n'etant pas univoque, la phase ne peut etre correctement extraite de ce type d'images. Par exemple, l'image representee Fig. 5.5(c) serait obtenue que la phase soit une fonction paire ou impaire de la coordonnee y, puisque dans les deux cas la fonction cos (x; y) serait une fonction paire conforme aux interferences observees.Pour lever cette ambigute, il est necessaire d'introduire un leger angle entre les deux faisceaux,ce qui revient a multiplier le champ de reference par un facteur de phase $exp(ik_x x)$ Ainsi, la dierence de phase devient (x; y) $+k_x x$ et l'eq. 5.29 doit maintenant s'ecrire

$$S(x;y) = |\varepsilon_0(x,y)|^2.|\varepsilon(x,y)|^2 + 2|\varepsilon_0(x,y)|.|\varepsilon(x,y)|cos(\Delta_\varphi(x,y)) + kx \qquad (2.25)$$

Si l'angle est suffisant, la grandeur (x; y) + $k_x x$ sera une fonction monotone (croissante) de x et la phase pourra alors être déduite ambiguïtés de son cosinus .Comme le montre la fig. 5.6
L'introduction d'une porteuse spatiale permet effectivement de lever ambiguïté mentionne plus haut .dans le cas de fig. 5 .6c ,on peut maintenant conclure que la phase une fonction impaire de la coordonnée y .de plus ,il est possible d'extraire une information quantitative de ce type
d'interférogramme en ayant recours au filtrage de Fourier décrit ci-dessous reformulons l'équation en haut

Les deux premiers termes correspondent aux fonctions d'autocorrélation des champs et dans l'espace de Fourier, et contribuent au pic central représenté Fig 5.7 le troisièmes termes correspond à la fonction

On observe sur la Fig. 5.7 que les différents termes de leq. 5.31, qui étaient superposes dans l'espace direct, occupent des régions disjointes de l'espace réciproque. Plus précisément, ce découplage
interviendra pour une valeur de k0x supérieure à la largeur du support des fonctions d'autocorelation dans l'espace réciproque, ce qui correspond typiquement à une situation ou plusieurs franges

D'interférence apparaissent dans l'image de départ. Dans ce cas, il est aise d'isoler le terme de corrélation en effectuant un fenêtrage dans l'espace réciproque, c'est à dire en annulant tous les pixels de l'image se trouvant a l'extérieur du rectangle blanc représente Fig. 5.7. L'image filtrée s'écrit alors

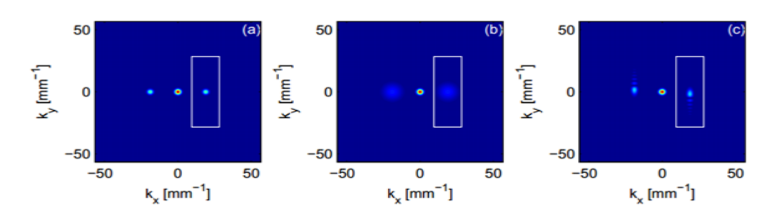



**Figure 5.7**: *Transformées de Fourier bidimensionnelles des images représentées Fig. 5.6*

Produisant une grandeur complexe dont la phase x permet d'accéder a la phase connaissant les valeurs de et.On peut remarquer qu'il existe une profonde analogie entre l'algorithme

$$S(k_x, k_y) = \frac{\varepsilon_0^*}{4\pi^2}(-k_x + k_{0x}, -k_y) \otimes \varepsilon(k_x, k_y)$$

Pour conclure, le filtrage de Fourier introduit ci-dessus permet d'extraire la phase spatiale d'un faisceau lumineux a partir des franges produites par l'interférence entre ce faisceau et un faisceau de référence faisant un léger angle avec le faisceau a caractériser. Cette méthode est a la fois simple et précise, mais elle soulève naturellement la question de la mesure de la phase du faisceau de référence. Une première option est de produire le faisceau de référence à l'aide d'un dispositif optique introduisant un grandissement très important du faisceau à caractériser puis à n'en sélectionner que le centre. La phase spatiale du faisceau ainsi produit sera la phase '(x; y) dilatée d'un facteur considérable, et il sera donc raisonnable de considérer que le faisceau produit à une phase nulle. La seconde option consiste à utiliser une méthode autoréférence comme celles décrites ci-de

### 2.8.2 Méthode de Shack- Hartmann

La méthode de Shack-Hartmann consiste a placer une camera CCD au foyer d'une matrice de N N micro-lentilles (voir Fig. 5.8). On suppose en outre que le nombre de pixels de la caméra est tres superieur a $N^2$, ce qui permet de mesurer avec une précision suffisante les coordonnees du barycentre de chacune des N N images produites par la matrice de micro-lentilles

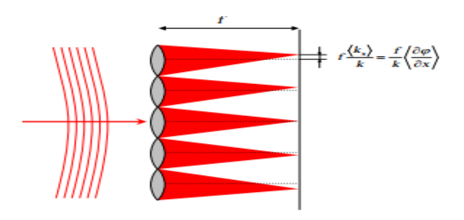



**Figure 5.8**: *Schéma de principe du dispositif de Shack-Hartmann. Si la déformation du front d’onde est suffisamment faible, on peut considérer que chaque micro-lentille focalise une mini onde plane dont le vecteur d’onde transverse est simplement le gradient de la phase spatiale du faisceau, ce qui produit un déplacement proportionnel du point focal produit.*

Considérons le faisceau produit par l’une de ces micro-lentilles. Nous avons etabli a la sec-tion 1.5.2 que le champ au foyer d’une lentille était proportionnel àla transformee de Fourier du champ en amont de la lentille prise au point de coordonnees () dans l’espace réciproque, ou k est le vecteur d’onde et f est la distance focale de l lentille. Les coordonnees du barycentre sont donc (f(;f()) ou les valeurs moyennes s’entendent sur la fonction u(prise juste avant la micro-lentille. Or, de mme que nous avions etabli le relations x= - (voir eq. 1.66) et t=i (voir eq. A.28) on montre que

On en deduit que les coordonnees du barycentre de l’image dans le plan focal sont

$$[\frac{f}{k}(\frac{\partial\phi}{\partial y}),\frac{f}{k}(\frac{\partial\phi}{\partial x})]$$

Si la micro-lentille est samment petite par rapporta l’echelle de variation du gradient de la phase spatiale, on peut supposer que la valeur moyenne du gradient de phase dans la surface delimitee par la micro-lentille est simplement la valeur de ce gradient echantillonne au centre dela micro-lentille. On en conclut donc que les coordonnees des N N barycentres constituent un echantillonnage de la fonction

$$\nabla_{\varphi}(x,y)=((\frac{\partial\phi}{\partial y}),(\frac{\partial\phi}{\partial x}))$$

phase spatiale peut en etre deduite à l’aide d’une integration bidimensionnelle.

### 2.8.3 Interferometrie a decalage

L’interferometrie àdécalage utilise la méthode interferométrique décrite à la section 5.3.1, en utilisant comme faisceau de référence le faisceau lui-meme, mais décale lateralement selon l’axe x d’une petite quantite. De cette façon, la dierence de phase extraite par le

filtrage de Fourier décrit plus haut s’écrit

$$\Delta_\varphi(x, y) = \varphi(x, y) - \varphi(x - \delta x; y) \simeq \delta x \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

On accéde ainsi à une composante cartésienne du gradient de la phase. Une seconde mesure permet d'acceder à la composante selon y, et donc au vecteur (x; y) comme dans le cas de la methode
de Shack - Hartmann. En pratique, les décalages transverses peuvent etre obtenus a l'aide de reseaux de phase, dans des dispositifs baptises interferometreadécalage trilatéral [21, 22] ouquadri-latéral [23].

## 2.9 Mesure de la phase spectrale

### 2.9.1 Spéficités du domaine spectro-temporel

L'analogie spatio-temporelle permettrait en principe d'envisager un transfert pur et simple des techniques de mesure de phase spatiale au probléme de la mesure de la phase spectrale. Il existe cepedant une différence notable entre les domaines spatial et tempore : comme nous l'avons vu ci-dessus, les méthodes de mesure de phase spatiale reposent souvent sur la possibilité de mesurer ou de filtrer l'intensite spatiale dans deux plans conjugues par transformee de Fourier. Or, s'il est aise de mesurer ou de filtrer l'intensite dans le domaine spectral, il en va autrement dans le domaine temporel en raison du temps de reponse ni des detecteurs et des modulateurs disponibles.
En consequence, dans le cas d'impulsions ultra-courtes (100 fs ou moins), il sera nécessaire de développer des méthodes spécifiques.

Supposons donc que l'on ne dispose que d'un systéme de mesure stationnaire, c'est à dire in-variant par translation dans le temps, associé à un détecteur integrateur, donc uniquement sensible a l'energie des impulsions produites par le dispositif. Supposons également que le dispositif de mesure n'emploie que des méthodes d'optique linéaire (separateurs de faisceaux, reseaux de dffiraction,filtres lineaires, etc.). Le montage experimental a dans ce cas la forme generale representee sur la gure 5.9.

Ainsi le signal détecte est uniquement sensible a l'intensite spectrale jE (!)j
2
de l'impulsion a car-acteriser. On en déduit qu'il est totalement impossible de mesurer la phase spectrale d'une impul-sion ultracourte àl'aide d'une méthode àla fois stationnaire

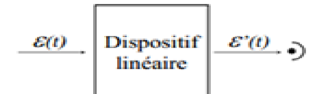



**Figure 5.9**: *Schéma général d'un dispositif de mesure linéaire et stationnaire*

Le détecteur n'étant sensible qu'à l'énergie de l'impulsion produite par le dispositif, le signal détecté s'écrit

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}'(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}'(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \tag{5.39}$$

Le dispositif étant linéaire, le champ transmis s'écrit quant à lui

$$\mathcal{E}'(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(t,t')\mathcal{E}(t')dt' = \int_{-\infty}^{+\infty} R(t-t')\mathcal{E}(t')dt' \tag{5.40}$$

où la réponse linéaire $R(t,t') = R(t-t')$ a été supposée invariante par translation dans le temps. On en déduit alors la relation $\mathcal{E}'(\omega) = R(\omega)\mathcal{E}(\omega)$, où $R(\omega)$ est la fonction de transfert complexe du dispositif linéaire. Le signal mesuré s'écrit finalement

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} |R(\omega)|^2 |\mathcal{E}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \tag{5.41}$$

et linéaire [24, 25, 26, 27]

Il existe cependant une exception notable à ce principe générales lorsque l'on dispose d'une impulsion de référence de phase spectrale connue, auquel cas une méthode lineaire de type in-terférometrique permettra de d eterminer la phase spectrale de l'impulsion inconnue (section 5.4.2).

Dans le cas inverse, on parle de méthodes auto-références, dont l'objectif est de mesurer la phase spectrale d'une impulsion ultra-courte sans utiliser de reference. Il sera notamment necessaire de recourir a de telles techniques pour caracteriser l'impulsion de reference utilisee dans les methodes interferometriques. D'apres le resultat etabli plus haut, une methode auto-referencee de caracterisation d'impulsion devra naturellement etre soit non stationnaire, soit non-lineaire.

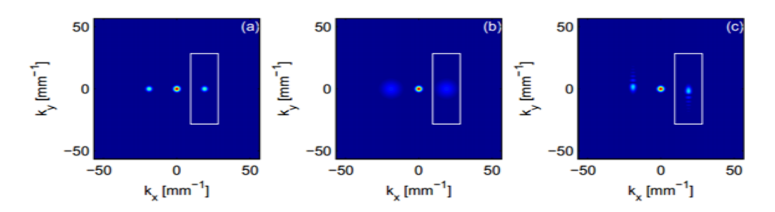



**Figure 5.7**: *Transformées de Fourier bidimensionnelles des images représentées Fig. 5.6*

## 2.10 Conclusion

Nous avons brievement evoque dans cet appendice deux representations temps-frequence, le spec-trogramme et la fonction de Wigner. Le spectrogramme est tres intuitif et correspond directement l'image de la portee musicale en acoustique. Son seul inconvenient est d'etre associe à une perte de résolution à la fois spectrale et temporelle. Il sera bien adapte pour des impulsions pour lesquelles t, auquel cas la perte de resolution aura peu de consequence. A titre d'exemple, si l'on Considere une piece musicale dont la duree est de 1h, on a t = 3600s et 10kHz soit 2 : Le spectrogramme, associe a la partition musicale, est donc une representation bien adaptee dans ce cas. A l'inverse, la fonction de Wigner produit des representations souvent etranges mais n'introduit pas de perte de resolution spectrale ou temporelle : les distributions marginale sont parfaitement egales à l'intensite spectrale ou àl'intensite temporelle. Cette distribution sera surtout utile pour ses proprietes mathematiques.

# Bibliographie


[1] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 1975.

[2] A. Monmayrant, Façonnage et caractérisation d'impulsions ultracourtes. Contrôle cohérent de systèmes simples., (2005).

[3] K. Lee, K. Kubarych, A. Bonvalet, et M. Joffre, Characterization of mid-infrared femtosecond pulses, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, A54 (2008).

[4] M. Joffre, Optique non-linéaire en régimes continu et femtoseconde, *DEA de Physique Quantique* (2007).

[5] M. J. Nee, R. McCanne, K. J. Kubarych, et M. Joffre, Two-dimensional infrared spectroscopy detected by chirped pulse upconversion, *Opt. Lett.* **32**, 713 (2007).

[6] C. Fabre, *Atomes et lumière - interaction matière rayonnement*, Cours du DEA de physique quantique, 2003, http://cel.ccsd.cnrs.fr/cours/cel-24/cel-24.html.

[7] A. Aspect et P. Grangier, *Optique Quantique 2*, Ecole Polytechnique, 2005.

[8] S. Mukamel, *Principles of Nonlinear Optical Spectroscopy*, Oxford University Press, New York (USA), 1995.

[9] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Academic Press, 2003.